

Содержание

Введение	2
Глава 1.	
Математические начала Автомата Чистой Тройки	3
1.1. Обратимый клеточный автомат на графе.....	3
1.2. Иллюстрация приведённых Теорем и ИТЗ в одном измерении.....	14
1.3. Компьютерное моделирование. Краткое перечисление результатов. «Х- проблема»	16
1.4. «Разрешительный» алгоритм.....	22
Глава 2.	
Компьютерное моделирование Автомата Чистой Тройки	27
2.1. Начнём сначала. Что такое клеточный автомат и обратимый клеточный автомат?.....	27
2.2. Автомат Чистой Тройки в двух измерениях. Четыре особенности.....	33
2.3. Автомат Чистой Тройки в трёх измерениях. НульРеки	44
2.4. «Х- проблема числа три».....	49
2.5. Снова об эффекте сверхбыстрого возвращения. Наша «пищевая цепочка»	57
Заключение	61
Библиография	63
Приложение 1. Три наших фильтра. Реки и НульРеки через них	64
Приложение 2. Реакция АЧТ на возмущение.....	69

Введение

Не подлежит сомнению, что значительная часть математической красоты связана с числом «три». Единственное количество измерений, в котором существуют орбиты, свет и т.д. Можно ещё продолжать примеры, но оставим их для Заключения.

Выскажем, в этой связи, предположение. Что если мы сумеем ВЫДЕЛИТЬ «тройку» отдельно, «очистить» её, чтобы ей «ничего не мешало», то мы увидим что-то уже «совсем экстраординарное». И давайте сделаем это...

Глава 1.

Математические начала Автомата Чистой Тройки

1.1. Обратимый клеточный автомат на графе

Пусть имеется смешанный, конечный граф $G = (V, E, A)$ где $V = \{v_i\}$ – это вершины графа, $E = \{e_i\}$ – ориентированные рёбра и $A = \{a_i\}$ – не ориентированные. Граф – обыкновенный, без петель и кратных рёбер. (Вкратце напомним, что ориентированное ребро – это «стрелка» от одной вершины до другой, а не ориентированное – это просто связь между вершинами. Можно сказать, что это две стрелки, которые ведут и «отсюда – туда» и «оттуда – сюда»)

Определение 1.

Если существует замкнутый маршрут по ориентированным рёбрам (с учётом ориентации), или по не ориентированным

$$\begin{matrix} a_0 \vee e_0 & a_1 \vee e_1 & a_k \vee e_k \\ v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_0 \end{matrix}$$

по которому можно обойти все вершины графа *и вернуться назад*, то назовём такой граф «**СВЕРХ**слабо вычислимым».

Определение 2.

Если существует маршрут –

$$\begin{matrix} a_0 & a_1 & a_k \\ v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_k \end{matrix}$$

только по не ориентированным рёбрам – по которому можно так же обойти все вершины – то назовём такой граф «**СЛАБО** вычислимым». Ясно, что если граф «**СЛАБО** вычислим», то он и «**СВЕРХ**слабо вычислим»!

Пусть вершины нашего графа покрашены в наши три цвета А, В и С.

$$v_i \in \{A, B, C\}$$

Введём два обозначения.

Транслитерацией графа G ($\tilde{G}$) будем называть такую раскраску в которой все вершины графа G покрашенные в цвет C перекрашиваются в цвет B , а все вершины покрашенные в цвет B перекрашиваются в цвет C .

$$G(B \Leftrightarrow C) \equiv \tilde{G}$$

Дополнением графа G ($\bar{G}$) будем называть такую раскраску в которой все вершины графа G покрашенные в цвет A перекрашиваются в цвет B , а все вершины покрашенные в цвет B перекрашиваются в цвет A . (Обычно операция дополнения применяется к графам в которых нет окрашенных в C вершин).

$$G(A \Leftrightarrow B) \equiv \bar{G}$$

Введём закон преобразования раскрасок графа G :

$$G_t \rightarrow G_{t+1}$$

Он зависит от того; есть ли в конце ориентированных (или не ориентированных) рёбер исходящих из данной вершины V_i хотя бы одна вершина покрашенная в клетку C , или нет? (Назовём это утверждение, P -утверждением).

Тогда если $P = 0$ (клеток покрашенных в C нет) осуществляется перекраска:

$$\begin{array}{l} P = 0 \\ (I) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} v_t = A \Leftrightarrow v_{t+1} = A \\ v_t = B \Leftrightarrow v_{t+1} = C \\ v_t = C \Leftrightarrow v_{t+1} = B \end{array}$$

(Будем говорить, в этом случае, что перекраска осуществляется по Закону I).

А если $P = 1$ (в обратном случае) осуществляется перекраска:

$$\begin{array}{l} P = 1 \\ (II) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} v_t = A \Leftrightarrow v_{t+1} = C \\ v_t = B \Leftrightarrow v_{t+1} = A \\ v_t = C \Leftrightarrow v_{t+1} = B \end{array}$$

(Будем говорить, в этом случае, что перекраска осуществляется по Закону II).

(По сути, мы просто ввели на своём графе обратимый клеточный автомат второго порядка из книги Тоффли Т., Марголус Н. «Машины клеточных автоматов» [1]).

И тогда для него, нашего графа, безусловно, справедлива теорема обратимости:

Теорема 1. (Об обратимости).

$$\tilde{G}_t \rightarrow \tilde{G}_{t-1}$$

Доказательство.

Для доказательства достаточно рассмотреть все пять случаев (отмеченные цифрой в кружочке) с рисунка 1.1.



Рис 1.1.

Возьмём случай (1). Для него всё очевидно. Если сделать транслитерацию, то СВ перейдёт в ВС. Что и требовалось.

Рассмотрим случай (2). Закон перекраски I, значит в вершинах графа куда ведут ориентированные (или не ориентированные) рёбра из вершины v_{t-1} нет клеток покрашенных в С. Значит в производном графе в этих вершинах не будет вершин покрашенных в В. (Вершины цвета В получаются только из вершин С). Значит в транслитерированном графе, в этих вершинах не будет клеток С. И, значит, закон перехода останется I. И v_t в графе $\tilde{G}_t$ перейдёт, как и требовалось, в А.

Остальные три случая рассматриваются аналогично. Теорема является простым отражением двух утверждений отмеченных на рисунке 1.1.

Пусть наше движение перекрасок графов начинается в момент времени $t = 0$. И пусть наша начальная раскраска состоит из цветов A и B .

Значит, на следующем шаге (клеток C нет вообще; закон перехода во всём графе - II), граф перейдёт в свою транслитерацию, состоящую из цветов A и C . (Все вершины цвета B перейдут в C , а вершины покрашенные в цвета A такими и останутся). И граф, так сказать, сразу же «пойдёт назад по времени». (См. Теорему 1). И на каждом следующем шаге в момент времени $n^* = -n + 1$ его состояние будет равно транслитерации состояния графа во времени n . (См. рис. 1.2).

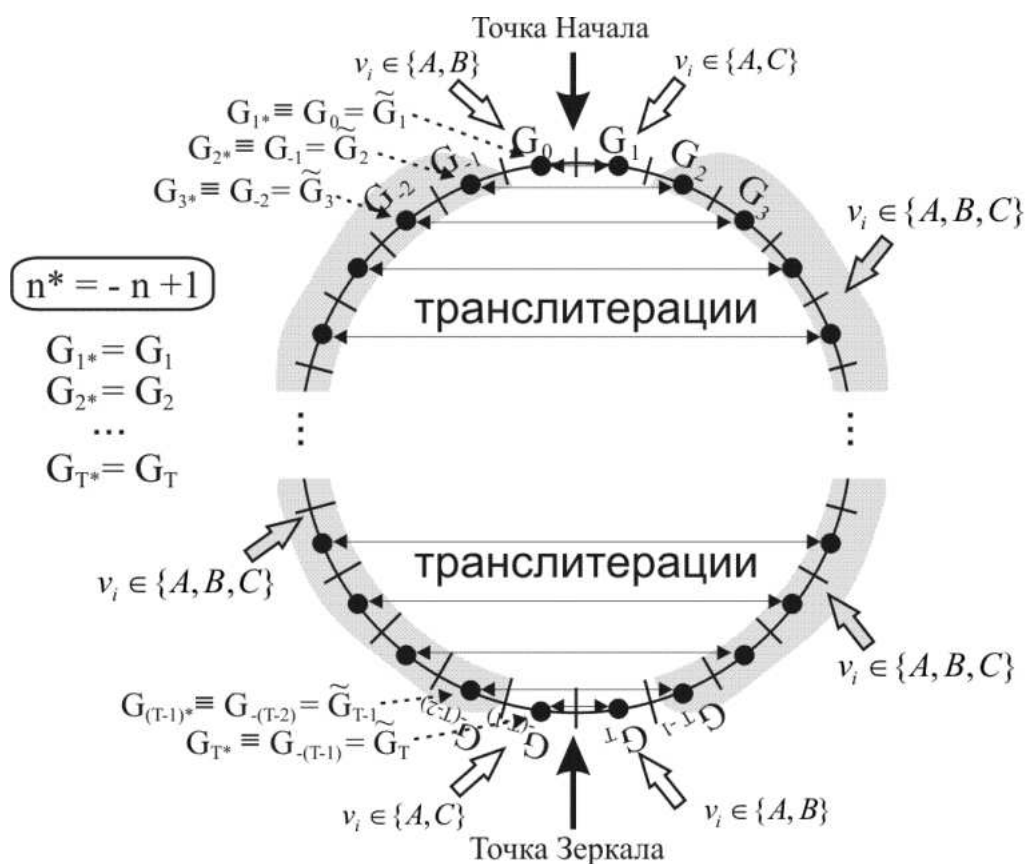


Рис. 1.2. Движение перекрасок графа G .

Назовём точку, между состояниями графа в момент времени 1^* и 1 , – Точкой Начала (ТН). И продолжим из него движение сразу в двух направлениях: «по» времени, и «обратно».

Когда-нибудь, (так как наш граф, по определению, конечен)... в момент времени $T^* - T$ эти два движения встретятся и G_{T^*} будет транслитерацией G_T . Назовём эту точку – Точкой Зеркала (ТЗ), а величину T – назовём **периодом возвращения**, или просто **периодом**.

(Здесь мы пользуемся главным свойством всех обратимых Автоматов. Что любой конечный обратимый Автомат «обязательно через свою начальную точку». Это естественно! Если у любой покраски графа имеется РОВНО ОДНА предыдущая (и её очень легко найти: сделаем транслитерацию, потом один шаг вперёд, потом снова транслитерацию), то различные раскраски графов обязательно движутся по циклу. Не может существовать «рукава» который в него впадает).

Если $T > 2$ то Точка Зеркала обязательно есть. И, в таком случае, полный период возвращения ($2T$) у нас обязательно чётное число. (Иначе в точке Точке Зеркала находится граф, который является транслитерацией самого себя. И значит у него все вершины покрашены в А, и граф просто стоит).

Докажем следующую теорему.

Теорема 2. (О раскраске Точки Зеркала).

Пусть $T > 2$ и наш граф **СВЕРХ**слабо вычислим, И пусть Точка Начала – промежуток между состоянием покрашенными в цвете А и В (состояние G_{1*}) и состоянием покрашенным в А и С (G_1).

Тогда и Точка Зеркала (промежуток между состояниями графов T^* – T) будет состоянием между покрашенными в цвете А и В (G_T) и состоянием покрашенным в А и С (G_{T*}).

Доказательство.

Если в графе G_T в момент времени T есть хотя бы одна вершина покрашенная в С, то тогда и в основании ведущего в него ребра – тоже должна быть вершина покрашенная в С. (Закон перекраски – II). Значит цвет А переходит в С, а цвет В переходит в А. Но ни то ни другое не является транслитерацией друг друга). И обойдя весь граф по маршруту «в другую сторону» – придём к выводу, что весь граф состоит из клеток С. И граф переходит «все С» – «все В», «все В» – «все С»... ($T < 3$). Противоречие. И вопрос, что их них Начало, а что Зеркало, тем самым, представляется несущественным. Можно считать, что Зеркало – это Начало, а Начало – Зеркало.

Тогда верна и следующая теорема; о существовании числа λ .

Теорема 3.

Если же наш граф **СЛАБО** вычислим, то для любой вершины v_i , на пути движения от ТН до ТЗ –

$$v_{i,t=1} \rightarrow v_{i,t=2} \rightarrow \dots \rightarrow v_{i,t=T}$$

– встретится одинаковое количество вершин покрашенных и в А, и в В, и в С. Причём количество вершин покрашенных в В и в С будет равно между собой.

$$N_B = N_C \equiv N_{BC}$$

Назовём λ -дой числом графа величину $N_A - N_{BC}$. ($\lambda = N_A - N_{BC}$).

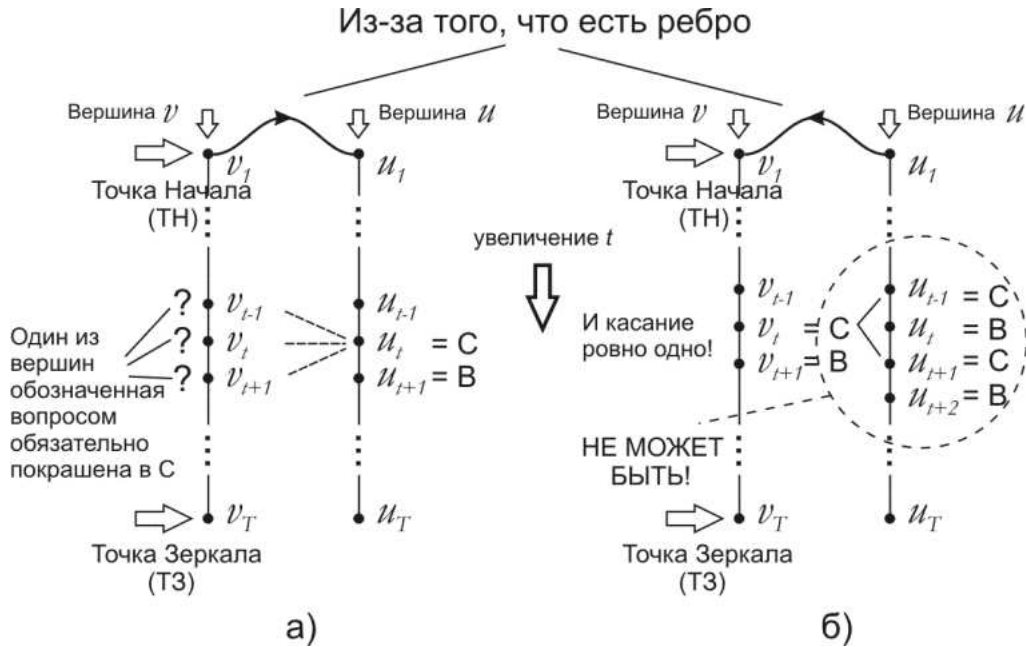


Рис. 1.3. Иллюстрация Теоремы 3

Доказательство.

Пусть две вершины v и u связаны «двусторонним» – не ориентированным ребром.

Расположим вершины со своей текущей раскраской на оси времени – от Начального состояния до Зеркального. См. рис. 1.3.

Представим шахматную фигуру которая за один ход может перемещаться по любому не ориентированному ребру и смещается по оси времени не более чем на единицу по модулю.

Посмотрим на рисунок 1.3а. Из того, что есть «ориентированная половинка» идущая из вершины v в вершину u , и u_t покрашена в С, то одна из вершин v_{t-1} , v_t , v_{t+1} , тоже будет покрашена в цвет С. (Предположим, что это не так, и спросим себя: какой цвет в этом случае имеет вершина обозначенная центральным вопросом (вершина v_t)? Если она покрашена в А, то вершина под ней (вершина v_{t+1}) окрашена в С. (Закон перехода – II). В цвет В она тоже не может быть окрашена. Тогда над ней вершина v_{t-1} , окрашена в С. И в цвет С тоже не может. Противоречие).

Так как наша шахматная фигура может ходить и назад, (т.е. возвращаться в вершину с которой она начала), то тем самым она

разбивает все вершины графа G , от $t = 0$ до $t = T$ покрашенные в цвет C на объединение непересекающихся классов $\cup\{C_i\}$. (Класс C_i – множество вершин, куда наша шахматная фигура может прийти).

Из-за того, что наш граф СЛАБО вычислим и из рис. 1.3а следует, что наша шахматная фигура может обойти все вершины. Значит и любое множество $\{C_i\}$ содержит все вершины.

А из рис. 1.3б следует, что любая вершина находится в $\{C_i\}$ ровно один раз!

Действительно... Вершина покрашенная в C на следующем шаге перейдёт в B . А единственного касания которое при этом возможно тоже не может быть! Уже из того, что есть «ориентированная половинка» идущая вершины u в вершину v , $u_t = B$ не может перейти в $u_{t+1} = C$. Закон перехода должен быть II. И u_{t+1} , в таком случае, должно было быть A . Снова противоречие.

Из того, что C всегда переходит в B следует что

$$N_B = N_C \equiv N_{BC}$$

И значит величина $N_A = T - 2 \cdot N_{BC}$ (количество вершин A на пути), тоже одинаково для всех вершин.

Теорема доказана.

Будем считать, что наш граф – СЛАБО вычислимый и исследовать движение от ТН до ТЗ раскраски

G_{1*} , состоящей из цветов A и B ,

... и *дополнительной* (!)

$\overline{G}_{1*}$ (тоже, естественно, состоящей только из цветов A и B).

Возьмём любую вершину v и к первоначальной линейке её раскрасок по времени (предположим это СВААСВАААС...) на пути от ТН к ТЗ (будем считать, что цвета записаны в клетках), будем делать дополнительную.

Если эта вершина покрашена в B или в C , то так и переносим её в следующую. А если она покрашена в A , то переносим её *через* клетку, оставляя её пустой.

См. рис. 1.4. На нём приведены два примера с разными линейками: v и u .

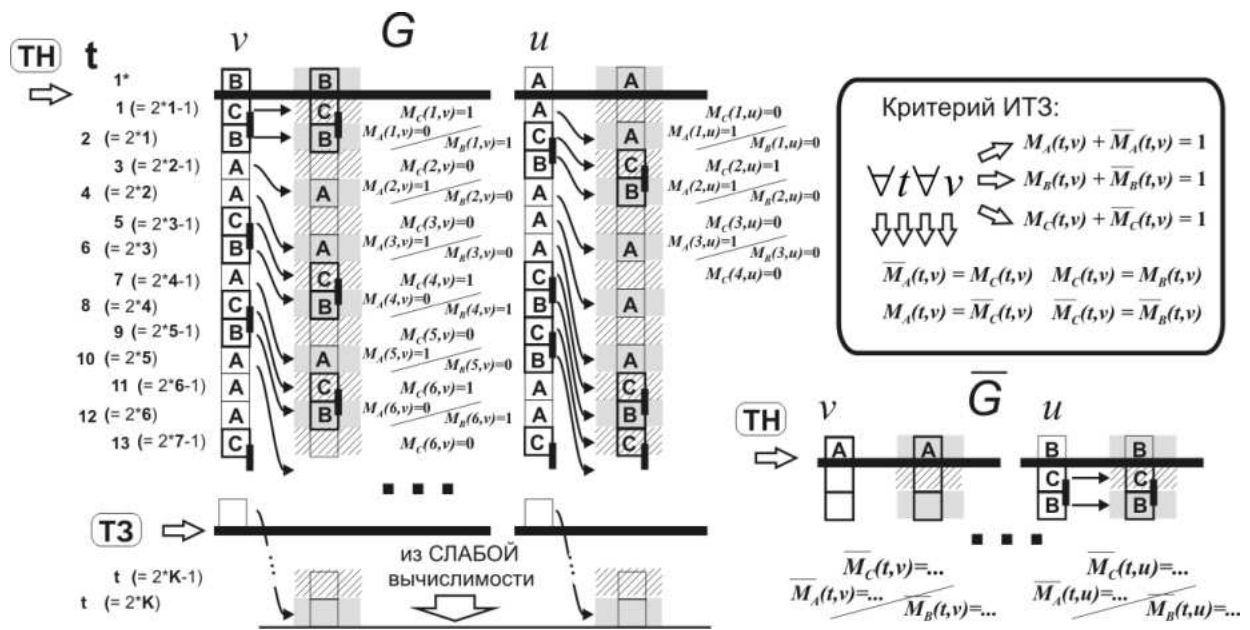


Рис. 1.4. Иллюстрация определения Инварианта Точного Заполнения.

При этом элементарной индукцией доказывается, что в клетках (отсчитываем от ТН, начиная с единицы) с нечётными номерами (то есть с t нечётными) могут находиться только клетка С или быть пустой.

А в клетках с чётными номерами *обязательно* находится или клетка А или клетка В. (На рисунке они обозначены по разному. Клетки с нечётными t заштрихованы, а с чётными изображены на сером фоне).

Перенумеруем свои вершины графа $1 \dots L$. И введём 6 массивов от двух переменных. Заполним, первоначально, все их элементы нулями...

Массив $M_C(k, l)$, где $k = (t+1)/2$; $l = 1..L$ (номер соответствующей вершины) **равен единице** если в клетке с номером соответствующей вершины, и с порядковым номером t находится клетка С и оставляется **равным нулю**, если данная клетка пустая.

Массив $M_A(k, l)$, где $k = t/2$; $l = 1..L$ (номер соответствующей вершины) **равен единице** если в клетке с номером соответствующей вершины, и с порядковым номером t находится клетка А и оставляется **равным нулю**, если там находится клетка В.

И, аналогично... Массив $M_B(k, l)$ **равен единице** если в клетке с номером соответствующей вершины, и с порядковым номером t ($k = t/2$) находится клетка В и оставляется **равным нулю**, если там находится клетка А.

Введём три таких же массива для дополнительной начальной раскраски $\overline{G}_1^*$: $\overline{M}_C(k, l)$, $\overline{M}_A(k, l)$, $\overline{M}_B(k, l)$.

Определим для шести массивов максимальное число $K_{\max}$ больше которого все массивы равны нулю и ограничим этим числом размерность k массива. Тогда если это число чётное ($K_{\max} = 2 \cdot K$), и если для любого $k=1..K$ и для любого $l=1..L$ выполняются следующие три равенства.

$$M_C(k, l) + \overline{M}_C(k, l) = 1$$

$$M_A(k, l) + \overline{M}_A(k, l) = 1$$

$$M_B(k, l) + \overline{M}_B(k, l) = 1$$

и ещё четыре

$$\overline{M}_A(k, l) = M_C(k, l) \quad M_C(k, l) = M_B(k, l)$$

$$M_A(k, l) = \overline{M}_C(k, l) \quad \overline{M}_C(k, l) = \overline{M}_B(k, l)$$

то будем говорить, что

Определение 3.

... раскраска G_{I^*} (и дополнительная к G_{I^*}) идут от ТН до ТЗ с сохранением **Инварианта Точного Заполнения** (ИТЗ).

Пусть у раскраски G_{I^*} период возвращения и «лямбда»: T и λ .

У раскраски $\overline{G}_{I^*}$ период возвращения и «лямбда»: $\overline{T}$ и $\overline{\lambda}$.

И пусть $T \leq \overline{T}$ (в противном случае, просто переименуем G_{I^*} и $\overline{G}_{I^*}$). И пусть $K = K_{\max}/2$ – число строк в массивах M .

Тогда – в случае сохранения ИТЗ – справедлива формула:

$$T + \overline{T} = 3K$$

И справедливы ещё три утверждения:

$$1). G_T = \overline{G}_{\overline{T}}$$

$$2). \lambda = -\overline{\lambda}$$

$$3). \overline{T} - T = \lambda$$

Назовём эти утверждения утверждениями $p1, p2, p3$ (они сразу же вытекают из простого анализа рисунка 1.4).

Введём некоторую классификацию прохождений с ИТЗ. Если $\lambda = 0$ будем называть такое прохождение **точным** (Н событием). В противном случае будем называть его **почти** точным (qН событием). Зачем это надо? Потому что точные прохождения тоже делятся...

На точно- **точные** (РР прохождения), те, для которых выполняется соотношение

$$G_{1*} = \overline{G}_T$$

и точно- **неточные** (РnР прохождения), в обратном случае.

Будем говорить, что ИТЗ **частично** сохраняется если сам ИТЗ, в каком-то случае, нарушился, но хотя бы одно из чисел $p1, p2, p3$ равно единице.

Тогда три числа $(p1, p2, p3)$ заключённые в скобки назовём **кодом** данного частичного нарушения. Так как, если $p2 = 0$, то наблюдать за утверждением $p3$ во многом бессмысленно, то все возможные коды это: $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, X), (0, 1, 1), (0, 1, 0), (0, 0, X)$.

Далее...

Понятно, что «граф» - очень общая структура. Поэтому будем рассматривать свои раскраски на n - мерном целочисленном кубе. В нём есть клетки. Это теперь будут наши вершины.

Введём в n - мерном пространстве понятие соседства и назовём его **маской**.

Маска, это набор из N векторов $\vec{R}_j$ где $j=1..N$, с целочисленными (и не большими) координатами r_i - ыми в нём ($\vec{R}_j = \{r_i\}, i=1..n$).

Будем считать, что клетки нашего гиперкуба – вершины графа, а для любой клетки (вершины) с координатами $\{x_i\}$, в клетку с координатами $\{x_i + r_i\}$ ведёт ориентированное ребро. Причём, если и из клетки с координатами $\{x_i + r_i\}$ в клетку с координатами $\{x_i\}$ тоже ведёт ориентированное ребро – заменяем эти два ребра на не ориентированное. Стороны нашего гиперкуба могут быть, как закольцованы через противоположные стороны, так и быть окружены «замороженными А» клетками.

Назовём такую конструкцию – **Автоматом Чистой Тройки (АЧТ)**, или более коротко – просто **Автоматом**.

Определение 4.

Маску, которая содержит все вектора вида $\{r_k = 1; \text{остальные компоненты} = 0\}$, и все вектора вида $\{r_k = -1; \text{остальные компоненты} = 0\}$, назовём **простой** СЛАБО вычислимой. Очевидно, что Автомат построенный на её основе действительно обладает СЛАБОЙ вычислимостью, не зависимо от того, закольцованы ли, через противоположные, стороны гиперкуба, или окружены «замороженными А» клетками.



Рис. 1.5. СЛАБО вычислимые маски в одном и двух измерениях.

На рис 1.5. изображены простые и ещё два класса СБАБО вычислимых масок, в одном и двух измерениях.

Введём ещё целочисленное понятие **ранга** маски (m_r).

$$m_r = \max_{j,i} \{abs(r_{j,i})\}$$

по всем векторам $\vec{R}_j$.

1.2. Иллюстрация приведённых Теорем и ИТЗ в одном измерении

Рассмотрим одно измерение. Имеем замкнутое кольцо из L ячеек.

Маска в одном измерении легко выражается двумя целыми числами. (См. рис 1.6а). Если оба числа нечётные, то наша маска, по определению, простая СЛАБО вычислимая. Рисунок 1.6 иллюстрирует Теорему 2 и Теорему 3.

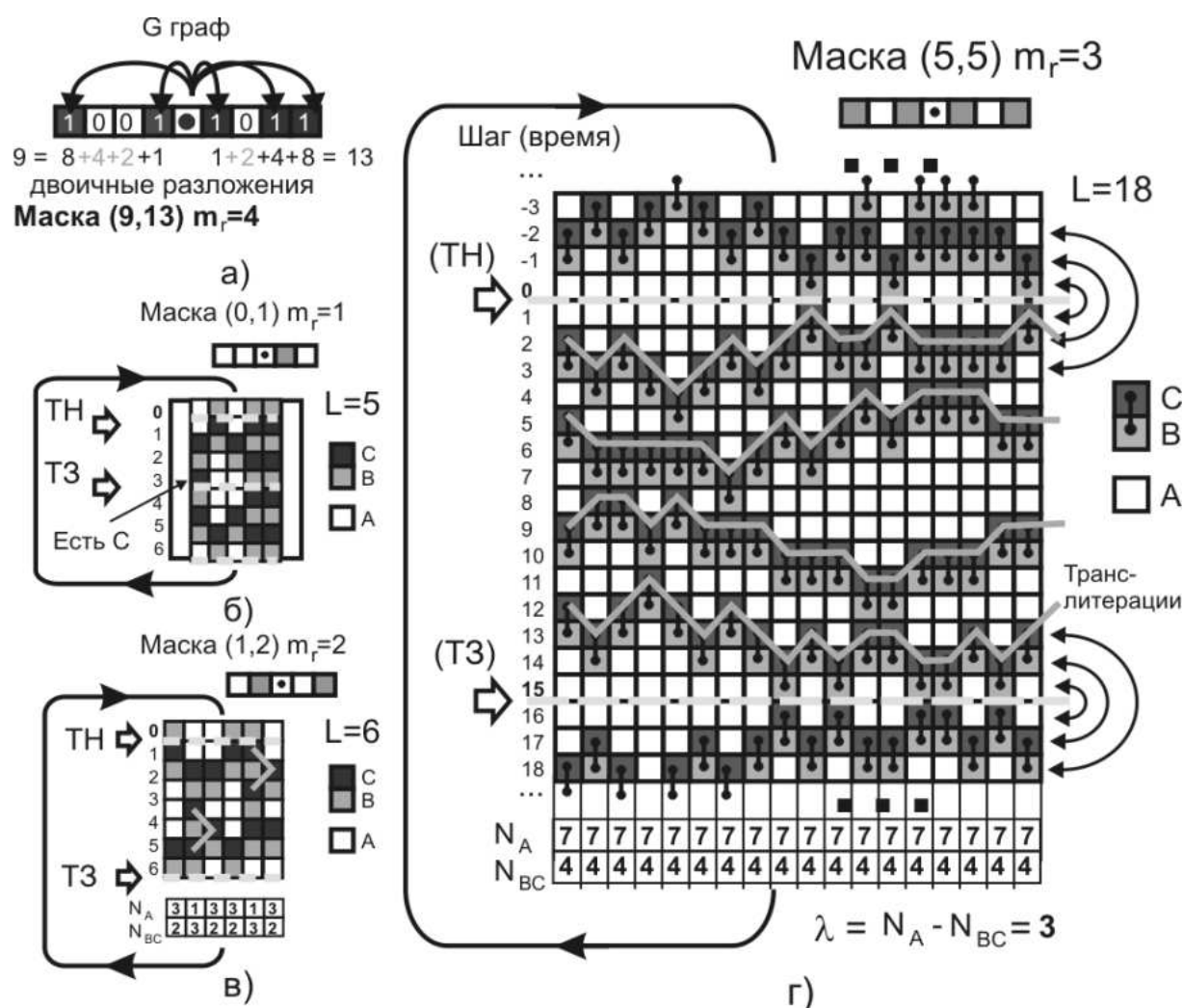


Рис. 1.6. а) Запись одномерной маски в два числа «левое» и «правое». б) пример НЕ СВЕРХслабого Автомата (кольцо разорвано, а края окружены «замороженными в А» клетками); есть клетки С в точке Зеркала; в) пример СВЕРХслабо вычислимого но не СЛАБО вычислимого; показано «касание» наших кластеров; λ меняется от клетки к клетке; в) пример СЛАБО вычислимого Автомата; λ не меняется.

А теперь пример движения Автомата с сохранением ИТЗ. См. рис. 1.7.

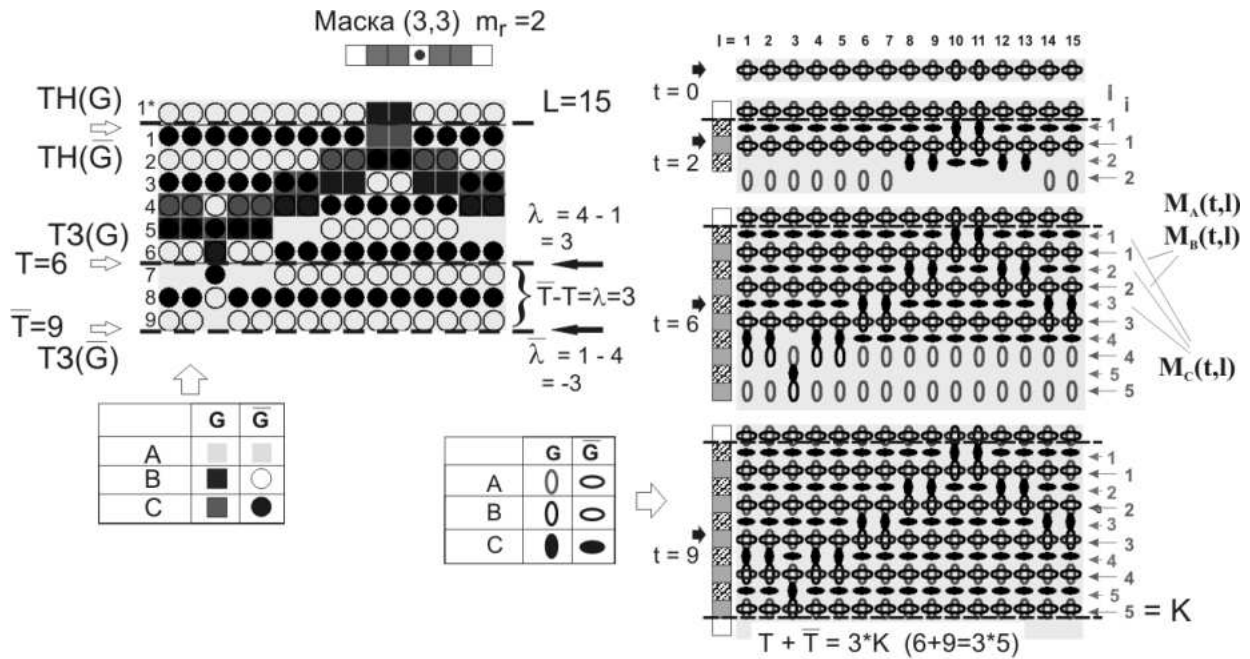


Рис. 1.7. Движение Автомата с маской (3,3) и начальными условиями состоящими из двух стоящих рядом клеток цвета В (все остальные – А). Каждый следующий момент времени (t) линейка подкладывается под предыдущую. Движение происходит с сохранением ИТЗ. Представлены все приведённые в Главе 2 формулы.

На правом рисунке представлено, как происходит заполнение массивов $M_{A,B,C}$ в зависимости от t .

В любой момент времени существует некий промежуток с заполненными $M_{A,B,C} = 1$. Потом некий отрезок со смешанным заполнением. ($M_{A,B,C} = 0$ и $M_{A,B,C} = 1$). А потом идут все $M_{A,B,C} = 0$.

Когда раскраска с меньшим T достигает ТЗ вклад от неё в массивы прекращается. (На рисунке показан этот момент: $t = 6$). Остаётся работать только раскраска с большим T . И она аккуратно и точно достраивает все элементы массивов $M_{A,B,C}$ до единицы.

Но и среди простых СЛАБО вычислимых масок, тоже, могут существовать (разумеется!) случаи нарушающие ИТЗ. Пример – рис. 1.8.

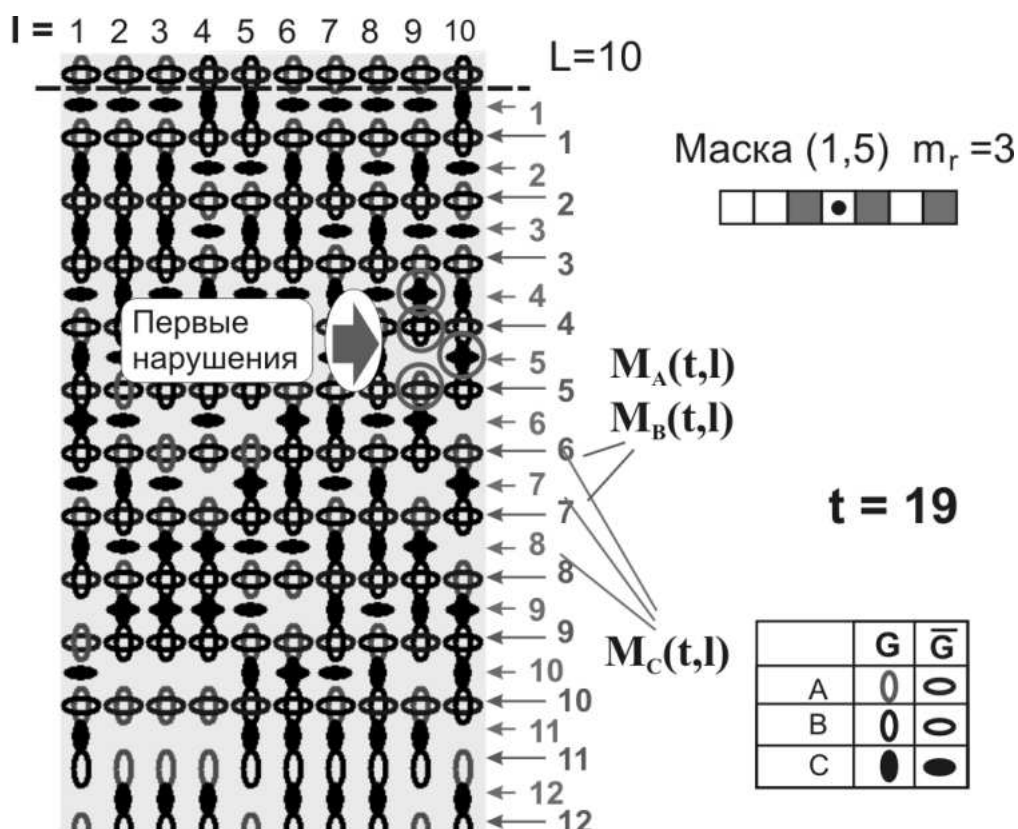


Рис. 1.8. Пример нарушения ИТЗ. На рисунке одна из раскрасок уже достигла Точки Зеркала. ($T=16$). Вторая продолжает работать. Её период равен 31.

Обычно, если нарушение ИТЗ происходит, то это случается очень быстро. В нашем случае первое «необратимое $M=2$ » произошло уже на четвёртом элементе массива, и на шестом шагу по t . (Всегда имеем, приблизительно, $t \sim (3/2)*k$).

1.3. Компьютерное моделирование. Краткое перечисление результатов. «X- проблема»

На компьютере проводилось компьютерные исследования наших Автоматов в 1-ом, 2-ух и 3-ёх измерениях при различных масках и начальных условиях. Просто перечислим некоторые из результатов. А подробнее о них расскажем в Главе 2.

Первое и самое неожиданное.

1. Во всех трёх (а значит и последующих!) измерениях обнаружены СЛАБО вычислимые маски, которые ВСЕГДА идут от Точки Начала до Точки Зеркала с сохранением ИТЗ. Независимо от размеров Куба, и при ЛЮБОЙ его начальной раскраске. Причём (по видимому(???)) независимо и от того, замкнуты ли стороны Куба через противоположные стороны, или нет. И таких масок очень много! НИ ОДНОГО исключения для них, компьютер, не обнаружил!

Опять таки, таким свойством (похоже??) обладают ВСЕ центрально симметричные простые СЛАБО вычислимые маски!

Назовём данное утверждение «**Х- проблемой числа три**». (Мы, действительно, в некотором смысле, просто «очистили число 3» и получили данную проблему. Вернее не просто «очистили», а получили ещё и «нужную конфигурацию»: 2×3 . «Два» – это сам граф и его дополнение, а «три» – это три наших цвета. Вспомним: 2×3 кварка, 2×3 лептона в физике. Простое совпадение? Может быть!)

Определение 5.

Маску, которая обладает этим свойством (при любых размерах и раскрасках идти с сохранением ИТЗ) назовём **правильной**. Маску, для которой пока не найдено ни одного исключения будем называть **правильной(?)**, добавляя знак вопроса. И **не правильной**, в противоположном случае.

На рисунке 1.9 приведёна таблица обнаруженных правильных(?) простых СЛАБО вычислимых масок до числа 39 с каждой из сторон.

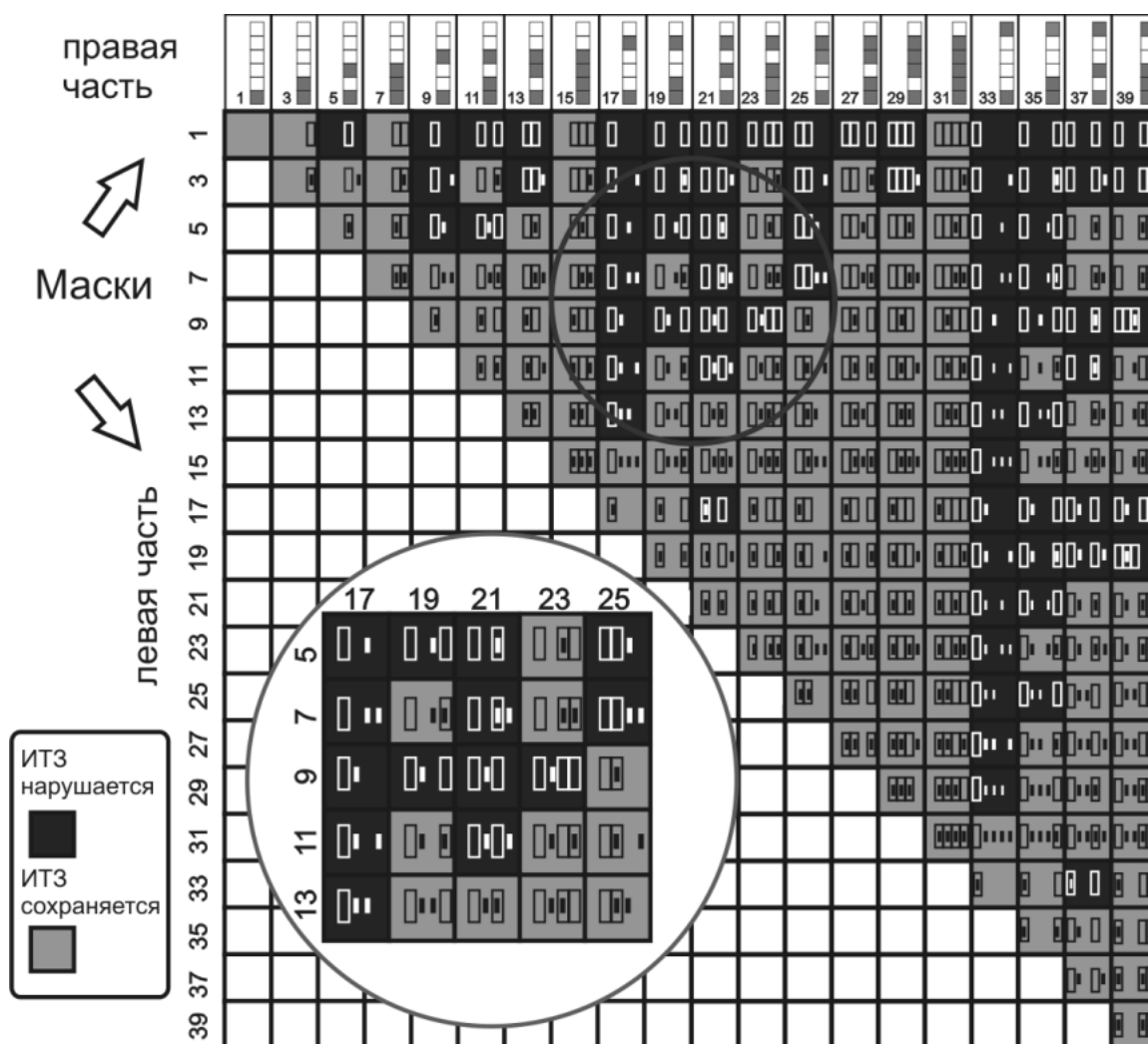


Рис. 1.9. Таблица показывающая какие простые СЛАБО вычислимые маски – правильные(?) (изображены серым) и не правильные (изображены чёрным). Все центрально симметричные (клетки таблицы по центральной диагонали) – правильные(?). В самой клетке, изображены наложенные друг на друга двоичные разложения для левой и правой части. Автор хотел придумать эмпирическое правило, чтобы сразу говорить: какая маска правильная, а какая – нет. Но не смог.

Автор разыгрывал свои события на отрезке длин 20 - 40. Граничная величина для определения периода была выбрана равной 100.000. При таких длинах начальной линейки, для событий сохраняющих ИТЗ величина периода (Т) была всегда меньше порога. У автора возникла некая проблема: как правильно генерировать случайные распределения точек В.

Он пробовал самые разные способы. Результаты всегда получались аналогичными. Приведём их...

Симметричные маски – простые СЛАБО вычислимые – практически всегда возвращаются с $\lambda > 0$. Встречаются редкие исключения, с $\lambda = 0$. Обычно это PnP события.

Опять же, не симметричные маски (правильные(?)) практически всегда возвращаются точно- точно. Но так же встречаются исключения. И PnP события и события с $\lambda = 1$.

Если не принимать во внимание случаи с $T = 3$, то число событий с нечётными T (для точно- точных попаданий) в несколько раз больше чем число событий с чётными. А среднее время, наоборот: в несколько раз большее у событий с чётными T . Примерно тот же расклад по времени имеют и точно- неточные события. Это – более- менее общий вывод для почти для всех Автоматов. И в одном измерении и в двух.

2. Отметим нарушающие ИТЗ маски в одном измерении.

Любопытно, что присутствуют почти все возможные коды! Автор не встречал только варианта (1,0,X).

Коды (0,1,0), (0,0,X) – встречаются часто, и времена возвращения у них БОЛЬШИЕ. Существенно больше, чем для правильных(?) масок.

Коды (1,1,0), (0,1,1) – наоборот! Встречаются редко и времена возвращения у них маленькие.

Очень интересный случай кодов – (1,1,1). У большинства масок он тоже встречается очень редко. Но бывают исключения. Например, маска (3,13). Для неё этот вид нарушений (при наших параметрах) встречается чуть ли не в 70% всех случаев нарушающих ИТЗ! Эти нарушения всегда имеют длительный характер. То есть это не так: «ИТЗ нарушился и тут же поправился».

3. Аналогичные испытания проводились и в двух измерениях. Найдена очевидная аналогия двух пространств. С той, пожалуй, разницей...

...что (впечатление!) в двух измерениях масок нарушающих ИТЗ, относительно ещё меньше чем в одном! Их приходилось, каждый раз, подолгу искать. Но выводы те же! Ни одного случая нарушающего ИТЗ для простых центрально симметричных масок автор, тоже, так и не нашёл. И все общие выводы, касающиеся точно- не точных и точно- точных событий; разницы времён для событий с чётными Т и не чётными; все прочие временные соотношения; ситуация с кодами для не правильных масок – выглядят примерно так же как и в одном измерении!

4. Ещё автор нашёл необычайно интересный эффект двух измерениях (с чего он и начал заниматься этой темой), который он назвал *эффектом сверх быстрого прохождения*? Что же это такое? Давайте попробуем изложить это строго...

Для этого зафиксируем в двух измерениях какой-нибудь размер стороны квадратной площадки. Пусть $L = 70$.

Теперь рассмотрим СЛАБО вычислимые двумерные симметричные маски ранга 4. Пусть они обладают не просто центральной симметрией, а ещё и симметриями квадрата.

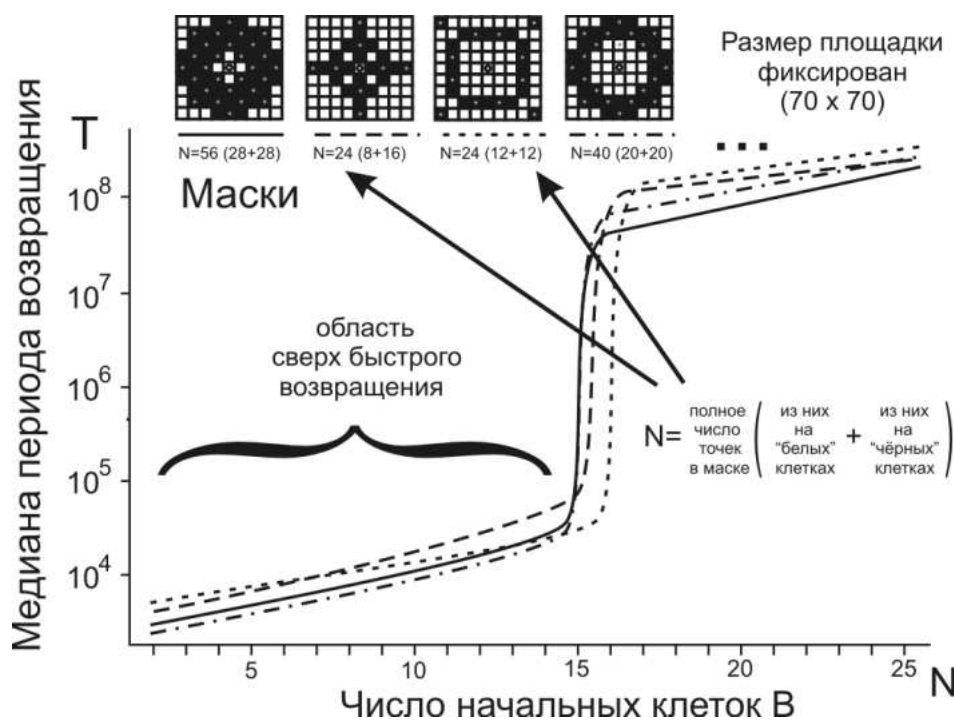


Рис. 1.10. Схематичное представление, что такое эффект «сверхбыстрого прохождения». Перепад доподлинно неизвестен, но не менее чем 30 -100 раз!

На наши маски надо наложить ещё одно условие! Положим нашу маску на шахматную доску, и пересчитаем точки маски, которые легли на белые клетки и на чёрные.

Так вот, если все клетки маски лежат на чёрных или на белых, то наш Автомат... мало того, что может уже будет не СЛАБО вычислим, он ещё и разобьётся на два независимых Автомата – а это уже совсем не хорошо! То есть было бы лучше, чтобы этих клеток было примерно поровну. Поэтому потребуем, чтобы минимальное число точек маски лежащих и на чёрных и на белых клетках, было не меньше восьми. Четыре маски на рисунке 1.10 удовлетворяют этому условию.

Теперь будем проводить испытания для разных начальных N наших случайных клеток B , определяя для каждого количества клеток *медиану* времени возвращения. (Медиана – это время, для которого ровно половина Автоматов идёт дольше, а половина меньше его). Строим график...

И обнаружим, что почти для всех наших масок (проверено, на самом деле, только 6 масок, поэтому и пишем «почти») существует очень резкий перепад, где-то в районе числа $N=16!$. Это подробно отражено в работе [6].

Это связано с вопросом, образуется или нет в самом начале работы Автомата СуперРека. Если СуперРека образуется, Автомат возвратится быстро. Если «нет» - возвращение задержится. Значительно! А в случае $N \sim 16$, примерно в половине случаев СуперРека образуется, а в половине – нет!

Ничего аналогичного в одном и в трёх измерениях автор не обнаружил.

4. Ещё автор нашёл два интересных эффекта в двух измерениях, касающихся Ключевых Графиков. (Графиков зависимости числа клеток C , от времени, для трёх фаз).

Это: эффект «локального обращения времени» связанного с прохождением Главным Интегралом «не своего λ ». И второе, самое удивительное, примерное повторение функцией Главного Интеграла $\lambda(t)$ среднего Ключевого. См. [6]. Любопытно, что ни в одном измерении, ни в трёх автор ничего подобного не выявил.

В одном измерении фазы непрерывно меняются местами. Выделить из них средний – трудно.

В трёх измерениях другая ситуация! Там всегда один из Ключевых Графиков близок к нулю, а два другие примерно совпадают. Выделить средний тоже тяжело! (Хотя локальные обращения времени видны на этих КГ – отлично! И эти случаи в 3 измерениях намного более часты, чем в двух!)

И лишь в двух измерениях Ключевые Графики меняются размашисто, не спеша, что и позволяет нам сделать свои выводы.

Всё это, очевидно, связано с явлением в двух измерениях очень характерных Рек, которых нет в одном и в трёх измерениях.

5. Было поведено небольшое исследование АЧТ в трёх измерениях всего для одной маски. (Кубика 3×3 , с убранными вершинами). Установлено, что там сверхбыстрое возвращение существует «более-менее всегда». Что, в общем-то, и понятно! С увеличением числа измерений возрастает как степень и роль СЛАБОЙ вычислимости.

Но что сразу непонятно, так это во что приходят в трёх измерениях те самые Реки?

Приходят в НульРеки! Очень характерные объекты, которые имеют период 12 и существуют во всех измерениях. На фильтрах отмечено их *нетривиальное* устройство.

6. Было проведено исследование, что будет, если дать каждой клетке свою уникальную маску. Бралась маска ранга 2, в которой каждая точка квадрата 5×5 выбиралась: с вероятностью 70% единиц, а с вероятностью 30% нулём. Величина площадки выбиралась случайным образом в диапазоне 20 -30.

Даже не проверялось, получалась, ли площадка при этом СЛАБО вычислимой. Полагалось, заведомо, что – да!

Порог для возвращения был увеличен до 1.000.000.

Из 1000 проведённых испытаний, 998 возвратились точно- точно, два – точно- неточно. И это при том, что некоторые из этих событий шли к своей Точке Зеркала больше 500.000 шагов! Автор считает, что всё это очень не плохой математический парадокс!

1.4. «Разрешительный» алгоритм

Вернёмся к главному результату компьютерного моделирования, нашему первому пункту. Который мы назвали «Х- проблемой числа 3» – о существовании правильных масок. По всей видимости, здесь всё дело в так называемом «разрешительном» алгоритме.

Определение 6.

«Разрешительный» алгоритм (алгоритм = клеточный автомат) для каждой маски – это чёткое правило, *как из предыдущей строки матрицы Точного Заполнения* (будем говорить только о матрице M_C , так как остальные однозначно из неё получаются), *получить следующую.*

Таким образом (гипотеза автора) все алгоритмы делятся на «созданные людьми» и «созданные Богом – то есть числом три». И этих алгоритмов («созданных Богом»), на самом деле, невообразимое число! Практически любая маска, в произвольном количестве измерений как раз и даёт нам, наш «разрешительный» алгоритм!

То есть «X- проблема числа 3» с помощью «разрешительного» алгоритма распадается на две. Во первых, надо их построить для правильных масок, а во вторых, показать, что их работа точно отражает работу исходной маски. А из самого доказательства должно вытекать, что для «таких-то» масок «разрешительный» алгоритм строится, а для «таких-то» – нет!

Давайте построим такой алгоритм для наипростейшей маски (1,1).

Это наша самая «высоко-лямбная» маска! Для одной клетки B, λ у него равняется целая часть от $L/2$ минус один.

Разрешительный алгоритм у неё представляет собой Автомат с пятью состояниями. См. рис. 1.11.

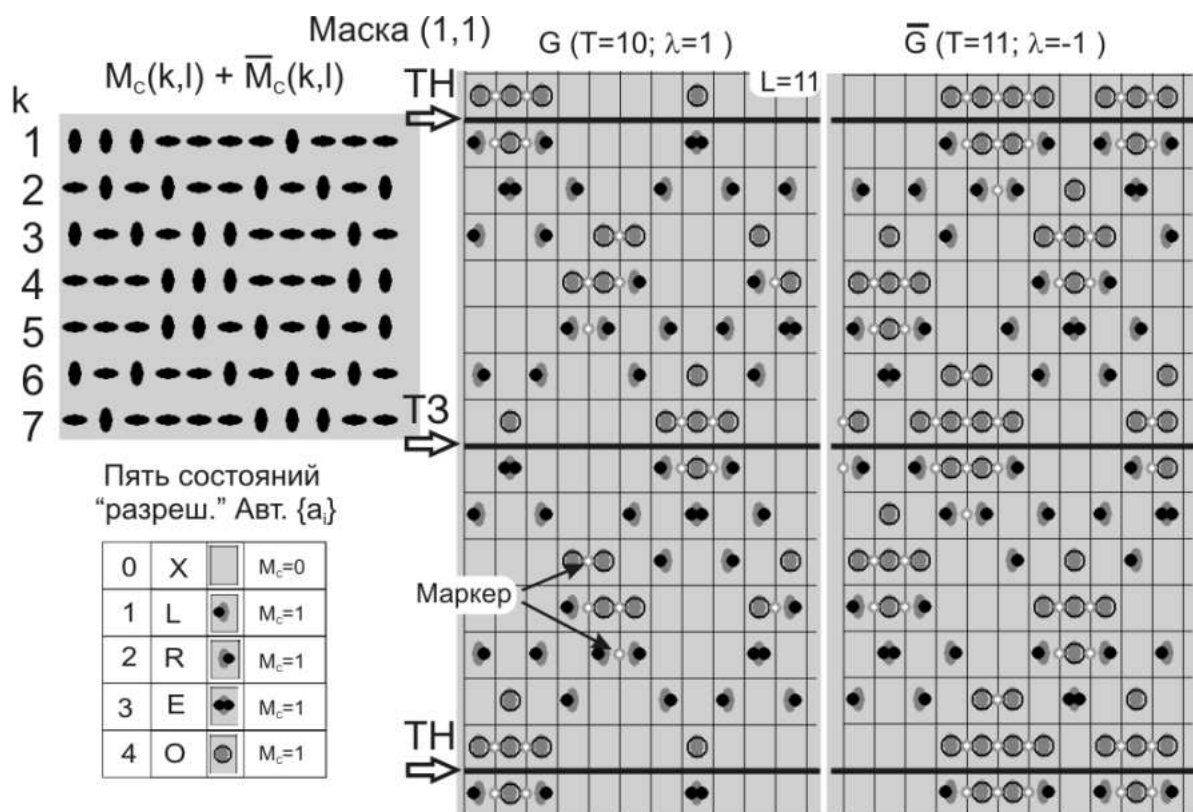


Рис. 1.11. Иллюстрация нашего алгоритма для маски (1,1). Слева матрицы Точного Заполнения МС. Видно, что они идеально воспроизводятся нашим алгоритмом.

Это состояния обозначенные $\{X, L, R, E, O\}$ (L и R от “left”, “right”; E – это L и R вместе). Таким образом, видим, что у нас один «нолик» (X), одна «единица» (E) и одно «промежуточное» (O) состояние. Как он работает?..

В первую очередь заполняется одномерный массив $a_0(x)$ от наших величин, где $x=1..L$. Если в точке начала (G_{I*}) клетка с координатой x была A , то $a_0(x) = X$; если она была B , то $a_0(x) = O$.

Дальше действует правило II 3) (см ниже) и все клетки O перейдут в E , а нули (X) останутся нулями.

В промежутке между этими состояниями и находится наша Точка Начала. (Вообще, ряд составленный только из состояний X и O – будет наш главный признак того, что дошли до Точки Зеркала... или потом, снова, до Точки Начала и т.д.).

И после этого наш алгоритм выходит на цикл.

После каждого цикла будет добавляться новая строка. Цикл состоит из двух частей: начальной (I) и конечной (II). В каждом цикле по три этапа. Ниже приводится их полное описание.

I. Обработка текущей строки (t).

- 1) Между RL , RE , EL ставится маркер
- 2) Касающиеся этого маркера “половинки” уничтожаются, т.е. $RL \Rightarrow XX$, $RE \Rightarrow XR$, $EL \Rightarrow LX$, но *маркер остаётся (!)*.
- 3) Если оставшийся маркер, справа или слева, касается клетки в которой *теперь* стоит X , то в неё ставится O .

II, Формирование следующей строки ($t+1$)

1) Если $a_{x-1}^t = L$ и $a_{x+1}^t = R$, то $a_x^{t+1} = O$. И по аналогии...

Если $a_{x-1}^t = E$ и $a_{x+1}^t = R$, то $a_x^{t+1} = O$,

Если $a_{x-1}^t = L$ и $a_{x+1}^t = E$, то $a_x^{t+1} = O$,

Если $a_{x-1}^t = E$ и $a_{x+1}^t = E$, то $a_x^{t+1} = O$.

2) Если a_{x+1}^{t+1} не равно O и $a_x^t = R$, то $a_{x+1}^{t+1} = R$. И по аналогии...

Если a_{x+1}^{t+1} не равно O и $a_x^t = E$, то $a_{x+1}^{t+1} = R$.

Если a_{x-1}^{t+1} не равно O и $a_x^t = L$, то $a_{x-1}^{t+1} = L$.

Если a_{x-1}^{t+1} не равно O и $a_x^t = E$, то $a_{x-1}^{t+1} = L$.

3) Если $a_x^t = O$ то $a_x^{t+1} = E$